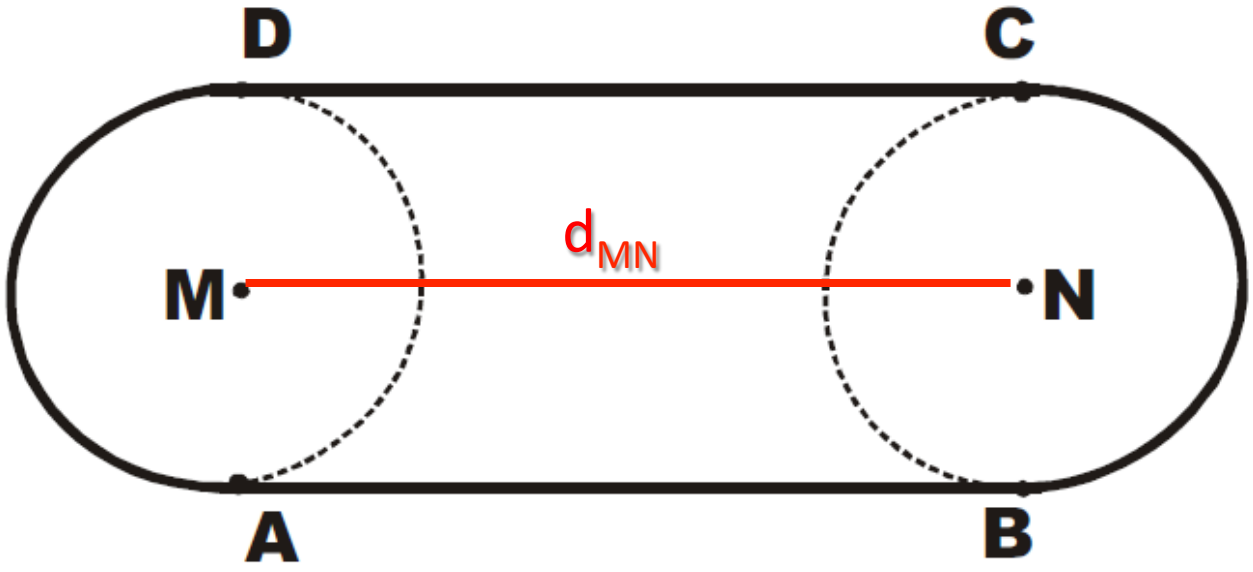
1) A praça de uma cidade está representada na figura abaixo. As duas circunferências têm raios iguais e centros nos pontos M(2,0) e N(8,8), respectivamente. Os pontos A, B, C e D são pontos de tangência e a equação da reta AB é 4x -3y + 2 = 0.
(Use π = 3,1)O comprimento da praça, em unidades de comprimento, é:



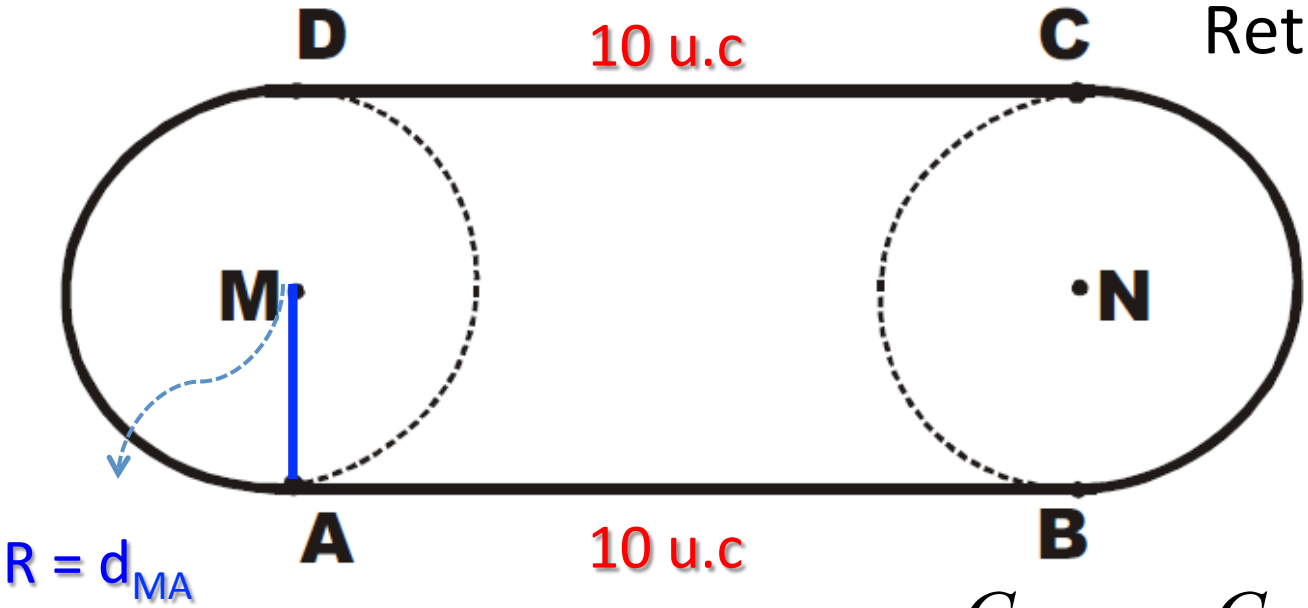
$$d_{MN} = \sqrt{(8-2)^2 + (8-0)^2}$$

$$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{MN} = 10u.c$$

$$d_{MN} = \sqrt{36+64}$$

$$d_{MN} = \sqrt{100} = 10 \ \ u.c$$

Reta AB: 4x -3y + 2 = 0



$$d_{MA} = \left| \frac{4.2 - 3.0 + 2}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \right|$$

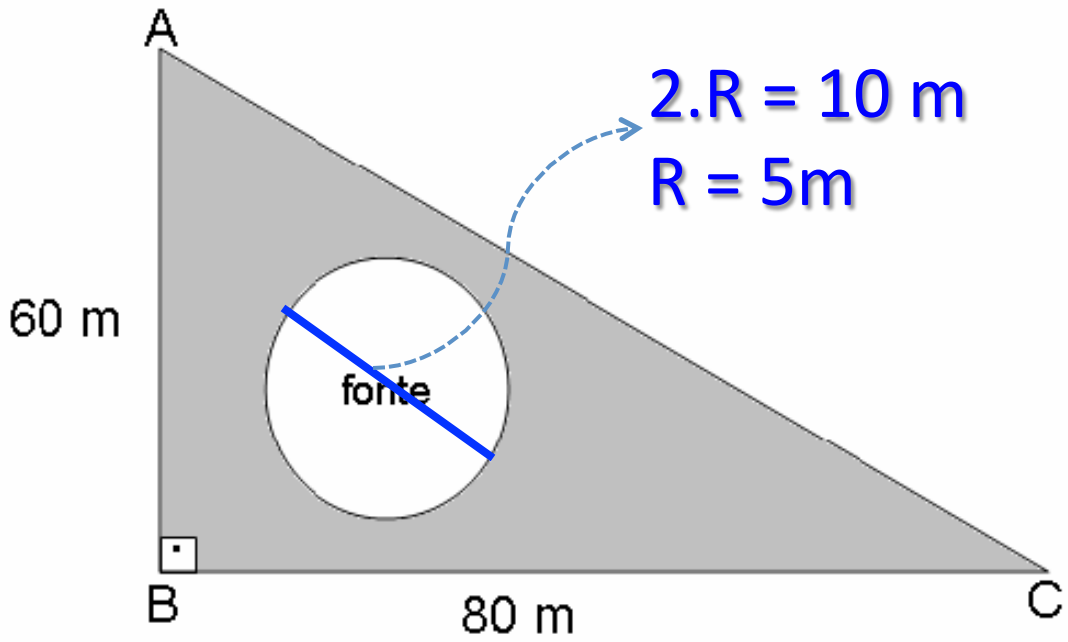
$$d_{MA} = \left| \frac{10}{5} \right|$$

$$d_{MA} = 2 = Raio$$

$$C_{praça} = C_{cir} + 2.10$$

$$\begin{cases} C_{praça} = 2\pi 2 + 20 \\ C_{praça} = 4\pi + 20 \\ C_{praça} = 4.(3{,}1) + 20 \\ C_{praça} = 12{,}4 + 20 \\ C_{praça} = 32{,}4 \ \ u.c \end{cases}$$

2) Uma fonte de captação circular com 10m de diâmetro será construída num terreno triangular, conforme figura abaixo. O redor da fonte será coberto por brita. Sabendo que o preço da brita é de R$ 4,00 por m², calcule o valor em reais que será gasto para cobrir a área (adote π = 3,14). Assinale a alternativa que apresenta o valor em reais que será gasto para cobrir a área:



$$\begin{cases} A_{brita} = A_{tri} - A_{fonte} \\ A_{brita} = \dfrac{60.80}{2} - \pi.R^2 \\ A_{brita} = 2400 - (3{,}14).5^2 \\ A_{brita} = 2400 - 78{,}5 \\ A_{brita} = 2321{,}5 \ m^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 \ m^2 & - & R\$ \ 4{,}00 \\ 2321{,}5 \ m^2 & - & x \end{cases} \Rightarrow R\$ \ 9286{,}00$$

3) Analise as afirmações a seguir.

I) Para que se tenha simultaneamente $\boxed{\cos x = k + 2}$ e $senx = \sqrt{1-k^2}$

$$sen^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\left(\sqrt{1-k^2}\right)^2 + (k-2)^2 = 1$$

$$1 - k^2 + k^2 + 4k + 4 = 1$$

$$4k = -4$$

$$k = -1$$

$$II)\ \cos\frac{21\pi}{4} = sen\frac{\pi}{4} \Rightarrow$$

$$\cos 225° = sen45°$$

$$-\cos 45° = sen45°$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} \dfrac{21\pi}{4} = \dfrac{16\pi}{4} + \dfrac{5\pi}{4} \\ \dfrac{21\pi}{4} = 4\pi + \dfrac{5\pi}{4} \\ \dfrac{5\pi}{4} = 225° \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} \dfrac{\pi}{4} = 45° \end{cases}$$

III) sec 840° = - cossec 30°

$$\begin{array}{r|l} 840° & 360° \\ \cline{2-2} -720° & 2 \\ \hline 120° & \end{array}$$

$$\frac{1}{\cos 120°} = -\frac{1}{sen30°}$$

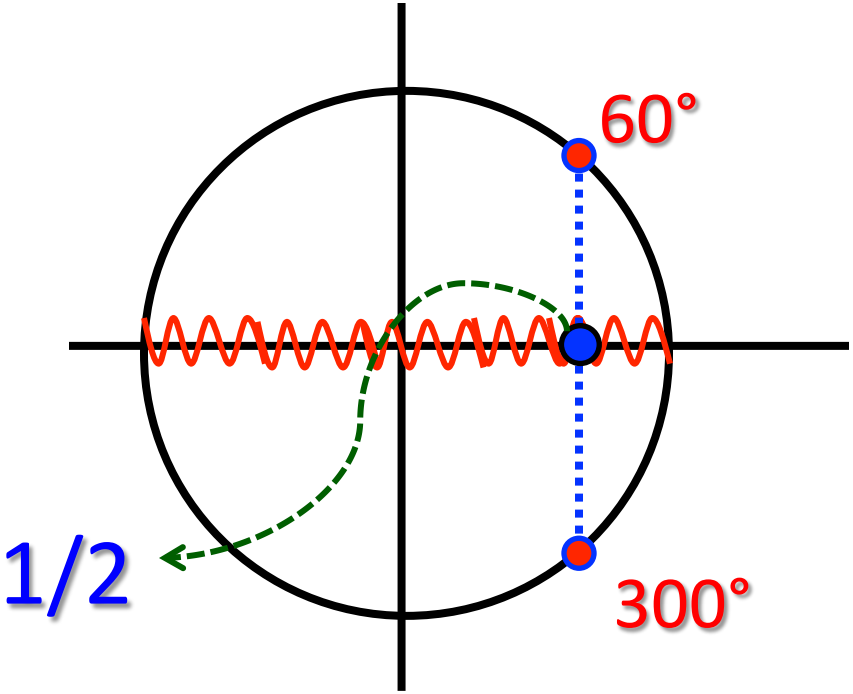
$$\frac{1}{-\cos 60°} = \frac{-1}{sen30°}$$

$$sen30° = \cos 60°$$

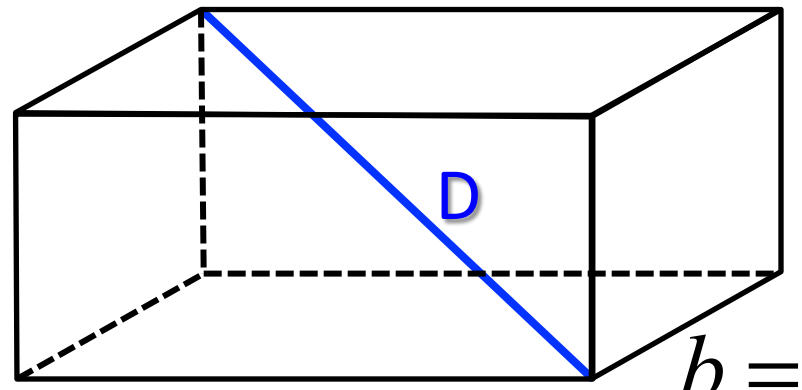
IV) Os valores de α ∈ [0°, 360°] para os quais sec α = 2 são 60° e 300°.

$$\sec\alpha = 2$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\cos\alpha} = 2 \\ \cos\alpha = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$



4) Uma bomba d'água leva uma hora para encher um reservatório cuja capacidade é de 9 metros cúbicos. Com a mesma bomba, em quanto tempo se enche um reservatório na forma de um paralelepípedo retângulo, cuja diagonal mede √14 m e cujas medidas dos lados são números inteiros consecutivos?



$$x+1=c$$

$$b=x$$

$$a=x-1$$

$$D=\sqrt{14}m$$

$$\sqrt{a^2+b^2+c^2}=\sqrt{14}$$

$$\begin{cases}\left(\sqrt{a^2+b^2+c^2}\right)^2=\left(\sqrt{14}\right)^2\\(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=14\end{cases}$$

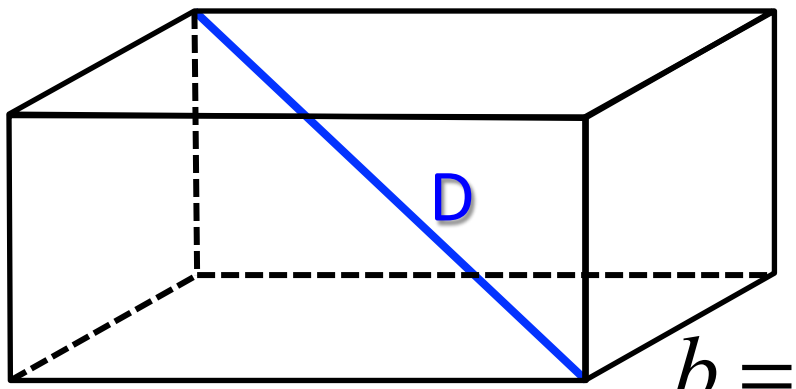
$$x^2-2x+1+x^2+x^2+2x+1=14$$

$$3x^2=12$$

$$x^2=4$$

$$x=2$$

Se x = 2, então:



$$2+1=c$$

$$c=3$$

$$b=2$$

$$\begin{cases} V_{paral} = a.b.c \\ V_{paral} = 1.2.3 \\ V_{paral} = 6\ m^3 \end{cases}$$

$$a=2-1$$

$$a=1$$

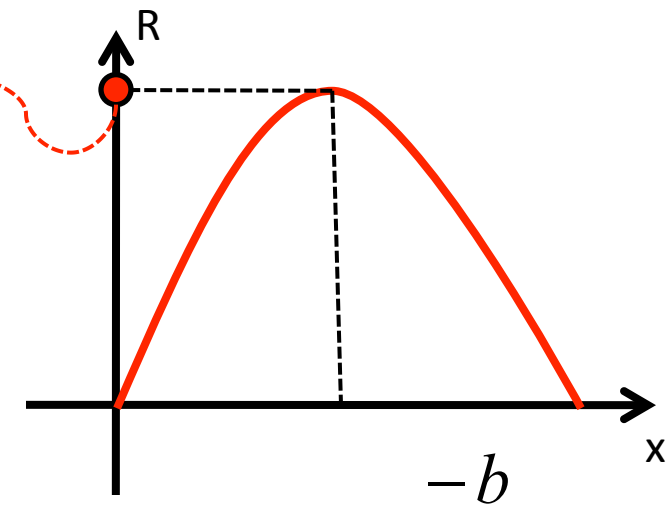
$$\begin{cases} 1\ hora & - & 9\ m^3 \\ x\ horas & - & 6\ m^3 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{2}{3}h$$

$$x=\frac{2}{3}.60 \Rightarrow x=40\ \ \text{min}$$

5) Os jogos Pan-Americanos de 2007 tiveram como sede a cidade do Rio de Janeiro. O preço (p) da entrada para a final do futebol femino, entre Brasil e Estados Unidos, relacionava-se com a quantidade (x) de torcedores por jogo por meio da relação p = -0,2x + 100. Qual foi o preço cobrado para dar a máxima receita por jogo?

$$\begin{cases} Receita = p.x \\ Receita = (-0{,}2x + 100).x \Rightarrow \\ Receita = -0{,}2x^2 + 100x \end{cases}$$

Receita Máxima y vértice



$$x_{vértice} = \frac{-b}{2a}$$

$$\begin{cases} x_{vértice} = \dfrac{-100}{2.(-0{,}2)} \\ x_{vértice} = \dfrac{100}{0{,}4} \\ x_{vértice} = 250 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Preço = (-0{,}2).250 + 100 \\ Preço = -50 + 100 \\ Preço = 50 \end{cases}$$

6) Sobre as raízes do polinômio $P(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x$, a alternativa correta é:

$$a.x^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

Se $a = \pm 1$ então não há raízes fracionárias.

Se $d = 0$ então $x_1 = 0$ (Lembre a quantidade de raízes nulas é determinada, pelo menor expoente da incógnita.)

Ex: $2x^7 + 3x^4 + 2x^2 = 0$ → Há duas raízes nulas

7) Se $a + b + c + d = 0$ então $x_1 = 1$ é raiz.

$$P(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x$$

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

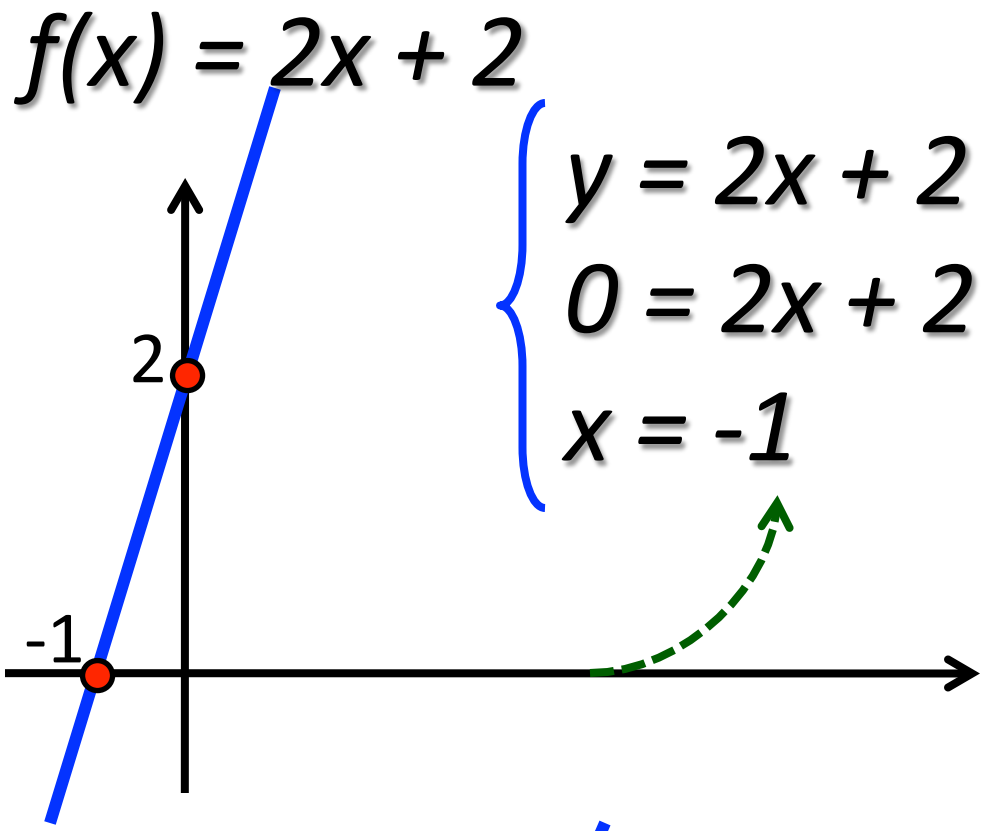
0	1	−1	1	−1	0
1	1	−1	1	−1	0
	1	0	1	0	

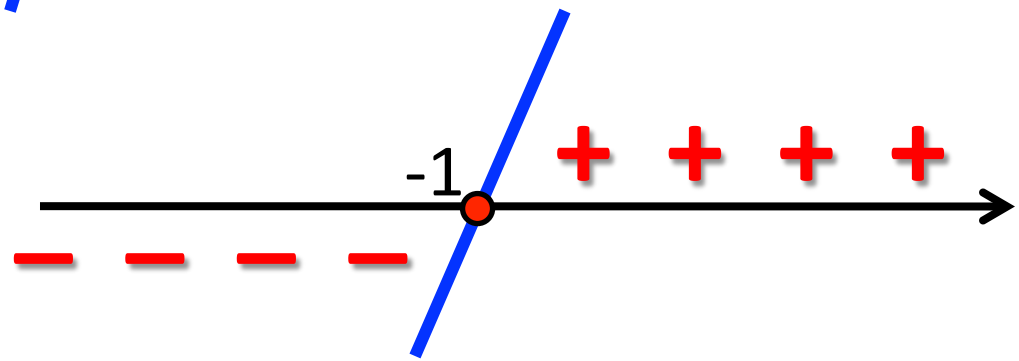
$$\begin{cases} x^2 + 0x + 1 = 0 \\ x^2 = -1 \\ x = \pm\sqrt{-1} \\ x = \pm\ i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_3 = i \\ x_4 = -i \end{cases}$$

7) Sendo f: R -> R , definida por f(x) = 2x + 2, todas as alternativas estão corretas, exceto:

A função inversa de f é dada por

$$\begin{cases} f(x) = 2x + 2 \\ \underbrace{y = 2x + 2}_{\Downarrow} \\ x = 2y + 2 \\ y = \dfrac{x-2}{2} \\ f^{-1}(x) = \dfrac{x-2}{2} \end{cases}$$

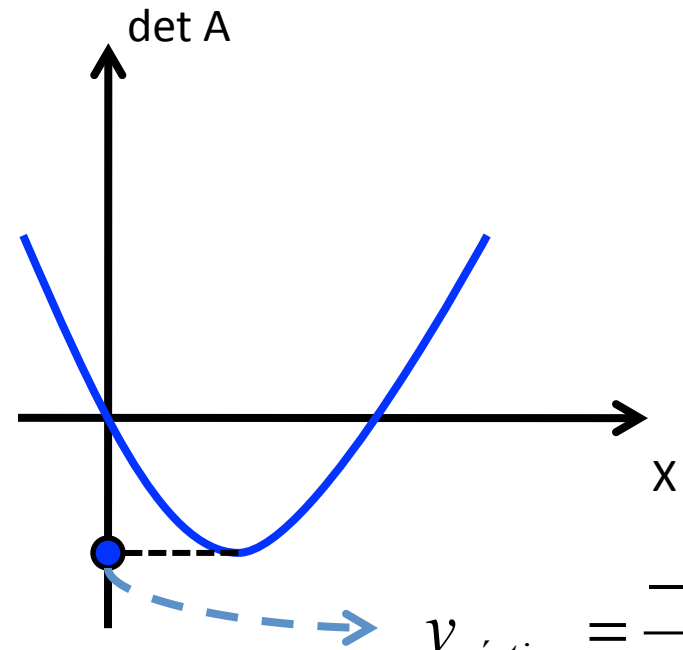




8) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & x & 1 \\ 1 & -1 & x \\ 1 & -x & 1 \end{bmatrix}$, em que x varia no conjunto dos números reais.

O valor mínimo do determinante da matriz A é:

$$\begin{cases} \det A = \begin{vmatrix} 1 & x & 1 \\ 1 & -1 & x \\ 1 & -x & 1 \end{vmatrix} \\ \det A = -1 - x + x^2 + 1 + x^2 - x \\ \det A = 2x^2 - 2x \end{cases} \Rightarrow$$



$$y_{vértice} = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$\begin{cases} y_{vértice} = \dfrac{-((-2)^2 - 4.2.0)}{4.2} \\ y_{vértice} = \dfrac{-4}{8} \\ y_{vértice} = -1/2 \end{cases}$$

9) Um número complexo Z = a + b.i verifica a igualdade $3Z + 2\overline{Z} = 25 - 2i$

, onde $\overline{Z}$ é o conjugado de Z. Indicando por |Z| o módulo desse número complexo, o valor de $|Z|^2$ é:

$$\underbrace{\begin{cases} 3.(a+bi)+2.(a-bi)=25-2i \\ 3a+3bi+2a-2bi=25-2i \\ 5a+bi=25-2i \end{cases}}$$

$$\Downarrow$$

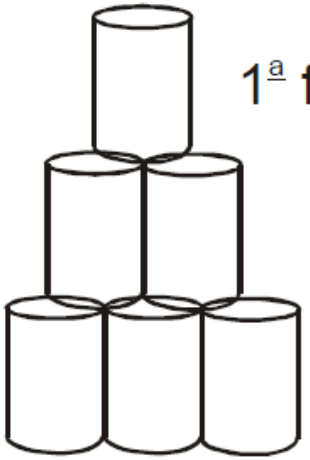
$$\begin{cases} \begin{cases} 5a=25 \\ a=5 \end{cases} \\ \{b=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z=a+bi \\ Z=5-2i \end{cases}$$

$$\begin{cases} |Z|=\sqrt{a^2+b^2} \\ |Z|=\sqrt{5^2+(-2)^2} \\ |Z|=\sqrt{29} \end{cases}$$

$$\begin{cases} |Z|^2=\left(\sqrt{29}\right)^2 \\ |Z|^2=29 \end{cases}$$

10) Um funcionário de um supermercado dispõe as latas de um produto em pilhas triangulares completas, com uma lata na primeira fileira, duas na segunda, três na terceira, e assim por diante. Forma assim uma pilha triangular completa, com 120 latas. O número de fileiras dessa pilha será:



1ª fileira

3ª fileira

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 2 \\ a_3 = 3 \\ . \\ . \\ . \\ a_n = n \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_n = \dfrac{(a_1 + a_n).n}{2} \\ 120 = \dfrac{(1+n).n}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 240 = n + n^2 \\ n^2 + n - 240 = 0 \\ n = -16 \\ n = 15 \end{cases}$$

11) Um lojista pagou R$ 57,00 para iluminar a sua loja 3 horas por dia, durante 30 dias. Para iluminá-la 8 horas por dia, durante 45 dias ele pagará (em R$):

preço	*horas / dia*	*dias*
57	3	30
x	8	45

$$\frac{57}{x} = \frac{3}{8} \cdot \frac{30}{45}$$

$$\frac{57}{x} = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3}$$

$$\frac{57}{x} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{1}$$

$$x = 228$$

12) O vazamento em um tanque de água provocou a perda de 2 litros de água no primeiro dia. Como o orifício responsável pela perda ia aumentando, no dia seguinte o vazamento foi o dobro do dia anterior. Se essa perda foi dobrando a cada dia, o número total de litros de água perdidos, até o 10º dia, foi de:

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_2 = 4 \\ a_3 = 8 \\ \quad . \\ \quad . \\ \quad . \\ q = 2 \end{cases}$$

$$S_n = \frac{a_1.\left(q^n - 1\right)}{q - 1}$$

$$S_{10} = \frac{2.\left(2^{10} - 1\right)}{2 - 1}$$

$$S_{10} = \frac{2.\left(1024 - 1\right)}{1}$$

$$S_{10} = 2.\left(1023\right)$$

$$S_{10} = 2046$$